СОБСТВЕННАЯ ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ФОНОНАМИ В ДВУХПОДЗОННОЙ СИСТЕМЕ

А. Н. Дрозд

Белорусский государственный университет, Минск,
E-mail: drozdan@bsu.by

Процессы релаксации носителей заряда являются важным фактором, ограничивающим эффективность мощных полупроводниковых лазеров. Основным механизмом релаксации в квантовокаскадных лазерах является рассеяние электронов на полярных оптических фононах. Таким образом, детальный учет электрон-фононного взаимодействия имеет важное фундаментальное и практическое значение. В настоящей работе данная проблема исследовалась методом двухвременных температурных функций Грина [1]. В результате получена неприводимая собственная энергия (массовый оператор), дающая поправку второго порядка по электрон–фононному взаимодействию к энергии свободных электронов.

Рассматривался Гамильтониан вида $H = H_0 + V$, где

$$\begin{aligned} H_0 &= \sum_q \alpha_q a_q^\dagger a_q + \sum_q \beta_q b_q^\dagger b_q + \sum_q \hbar\omega_q c_q^\dagger c_q, \\ V &= \sum_{q,k} M_q \left(c_q + c_{-q}^\dagger\right)\left(a_{k+q}^\dagger a_k + b_{k+q}^\dagger a_k + a_{k+q}^\dagger b_k + b_{k+q}^\dagger b_k\right). \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь α_q (β_q) – энергия электрона в микросостоянии q в верхней (нижней) подзоне квантовой ямы, $\hbar\omega_q$ – энергия фонона, M_q – энергия электрон-фононного взаимодействия; $a_q^\dagger$ (a_q) и $b_q^\dagger$ (b_q) – полевые операторы рождения (уничтожения) одночастичного состояния q в верхней и нижней подзонах соответственно; $c_q^\dagger, c_q$ – операторы фононного поля.

Бесконечная цепочка уравнений для матричной одноэлектронной функции Грина (G) конструировалась по методу Церковникова [2] и расцеплялась на втором шаге. В результате

$$G(E) = \begin{pmatrix} \langle\langle a_k | a_k^\dagger \rangle\rangle & \langle\langle a_k | b_k^\dagger \rangle\rangle \\ \langle\langle b_k | a_k^\dagger \rangle\rangle & \langle\langle b_k | b_k^\dagger \rangle\rangle \end{pmatrix} = \frac{\begin{pmatrix} E - \beta_k - s(E) & s(E) \\ s(E) & E - \alpha_k - s(E) \end{pmatrix}}{(E-\alpha_k)(E-\beta_k) + (\alpha_k + \beta_k - 2E)s(E)}. \tag{2}$$

Здесь E – энергетический параметр преобразования Фурье, $s(E)$ – неприводимая собственная энергия

$$s(E) = 2\sum_q |M_q|^2 \langle Q_q^\dagger Q_q \rangle \frac{2E - \left(A_{k;q} + B_{k;q} - C_{k;q} - D_{k;q}\right)}{\left(E - A_{k;q}\right)\left(E - B_{k;q}\right) - C_{k;q} D_{k;q}}; \tag{3}$$

$$A_{k;q}=\alpha_{k-q}+\hbar\omega_q\frac{\langle a_{k-q}a^{\dagger}_{k-q}\rangle+\langle Q^{\dagger}_q P_q\rangle}{\langle Q^{\dagger}_q Q_q\rangle},\quad C_{k;q}=\hbar\omega_q\frac{\langle a_{k-q}b^{\dagger}_{k-q}\rangle}{\langle Q^{\dagger}_q Q_q\rangle},$$

$$B_{k;q}=\beta_{k-q}+\hbar\omega_q\frac{\langle b_{k-q}b^{\dagger}_{k-q}\rangle+\langle Q^{\dagger}_q P_q\rangle}{\langle Q^{\dagger}_q Q_q\rangle},\quad D_{k;q}=\hbar\omega_q\frac{\langle b_{k-q}a^{\dagger}_{k-q}\rangle}{\langle Q^{\dagger}_q Q_q\rangle}; \tag{4}$$

$$Q_q=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(c_q+c^{\dagger}_{-q}\right),\quad P_q=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(c_q-c^{\dagger}_{-q}\right).$$

Электронные средние находятся с помощью спектральной плотности $J(E)$, определяемой скачком функции Грина при пересечении вещественной оси ($J(E)=i\hbar\left[G(E+i\varepsilon)-G(E-i\varepsilon)\right]_{\varepsilon\to+0}$):

$$\begin{pmatrix}\langle a_k a^{\dagger}_k\rangle & \langle a_k b^{\dagger}_k\rangle\\ \langle b_k a^{\dagger}_k\rangle & \langle b_k b^{\dagger}_k\rangle\end{pmatrix}=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dE}{2\pi\hbar}\frac{J(E)}{1+e^{-E/k_{\mathrm{B}}T}}. \tag{5}$$

Фононные средние находятся аналогичным образом, но с использованием соответствующей фононной функции Грина

$$\Gamma=\begin{pmatrix}\langle\langle Q_q|Q^{\dagger}_q\rangle\rangle & \langle\langle Q_q|P^{\dagger}_q\rangle\rangle\\ \langle\langle P_q|Q^{\dagger}_q\rangle\rangle & \langle\langle P_q|P^{\dagger}_q\rangle\rangle\end{pmatrix}, \tag{6}$$

Фурье-представление которой в первом приближении имеет вид

$$\Gamma(E)=\frac{\begin{pmatrix}\hbar\omega_q & E\\ E & \hbar\omega_q\end{pmatrix}}{E^2-\left(\hbar\omega_q\right)^2}. \tag{7}$$

В данном случае

$$\langle Q_q Q^{\dagger}_q\rangle=\langle P_q P^{\dagger}_q\rangle=\frac{1}{2}\mathrm{cth}\left(\frac{\hbar\omega_q}{2k_{\mathrm{B}}T}\right),\quad \langle Q_q P^{\dagger}_q\rangle=\langle P_q Q^{\dagger}_q\rangle=\frac{1}{2}, \tag{8}$$

что соответствует распределению Бозе–Эйнштейна.

Спектральная функция $J(E)$ позволяет получить среднюю скорость межподзонного рассеяния электронов

$$\frac{\partial}{\partial t}\sum_k\langle b^{\dagger}_k b_k\rangle\Big|_{t=0}=-\frac{i}{\hbar}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dE}{2\pi\hbar}\frac{E}{e^{E/k_{\mathrm{B}}T}+1}\sum_k J_{22}(E). \tag{9}$$

На практике вычисление $J(E)$ выполняется самосогласованным итерированием формулы (5) с учетом (2)–(4) и (8).

1. *Боголюбов Н. Н., Тябликов С. В.* // ДАН СССР. 1959. Т. 126. С. 53–58.
2. *Зубарев Д. Н., Церковников Ю. А.*, // Тр. МИАН СССР. 1986. Т. 175, С. 134–177.